

$$(x-1)f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x-1}$$

**"Функции, как и живые существа, характеризуются своими особенностями" П.Монтель.**

для каждого значения  $x$ , не равного 0 и 1. Найдите  $f\left(\frac{2018}{2019}\right)$ .

№1

- Введите функцию  $f(x)$ ;
- Определите промежутки её монотонности;
- Определите количество корней уравнения;
- Добейтесь принадлежности корней заданному промежутку...

Найдите все значения  $m$ , при которых любое решение уравнения

$$2019 \cdot \sqrt[3]{3,5x-2,5} + 2018 \cdot \log_2(3x-1) + m = 2020$$

принадлежит промежутку  $[1; 3]$ .

№2

- Если функция  $f(x)$  монотонно возрастает (убывает), то уравнение вида  $f(x)=x$ ,  $f(f(x))=x$  и  $f(f(...f(x)...))=x$  имеют одно и тоже множество корней...

Для функции  $f(x) = \sqrt{3x + \sqrt{2}} - 1 + x$  решите уравнение  $f(f(f(x))) = f(x)$ .

№3

- Введите функцию  $f(x)$ ;
- Определите её корни;
- Примените теорему Виета(!) ...

4. Найдите сумму  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ , если известно, что три различных действительных числа  $x$ ,  $y$  и  $z$  удовлетворяют условиям:

$$x^3 + 1009 = 2018x, \quad y^3 + 1009 = 2018y, \quad z^3 + 1009 = 2018z.$$

№4

- Если функция  $f(x)$  монотонно возрастает (убывает), то уравнение вида  $f(x)=x$ ,  $f(f(x))=x$  и  $f(f(...f(x)...))=x$  имеют одно и тоже множество корней...

$$\text{Решите уравнение } (4x-3)^3 = \left(\frac{\sqrt[3]{x^2+3}}{4}\right)^2.$$

№5

- Если функция  $f(x)$  монотонно возрастает (убывает), то  $f(a)=f(b)$  тогда и только тогда, когда  $a=b$

Решите уравнение

$$\sin x + \sin^3 x + 2020 \cdot \sin^5 x = \cos(2x) + \cos^3(2x) + 2020 \cdot \cos^5(2x).$$

№6

- Введите функцию;
- Исследуйте её на чётность;
- $f(x) + f(c-x)$
- Определите её монотонность...

Решите уравнение

$$2x + 2 + \arctg x \cdot \sqrt{x^2 + 1} + \arctg(x+2) \cdot \sqrt{x^2 + 4x + 5} = 0.$$

№7

- Угадайте корень;
- Докажите, что других нет...

Решите уравнение:

$$(\sqrt{2023} + \sqrt{2022})^x - (\sqrt{2023} - \sqrt{2022})^x = \sqrt{8088}.$$

